

III. Point moyen

DÉFINITION 3

Le **point moyen** G du nuage de points $(x_i; y_i)$ a pour coordonnées $(x_G; y_G)$ où x_G est la moyenne des valeurs x_i et y_G est la moyenne des valeurs y_i .

EXEMPLE 1

Chaque année, le salaire minimum (SMIC) horaire brut est revalorisé. Voici les valeurs, en euros, au 1^{er} janvier de chaque année, de 2023 à 2026 :

Année x	2023	2024	2025	2026
Valeur y (en €)	11,27	11,65	11,88	12,02

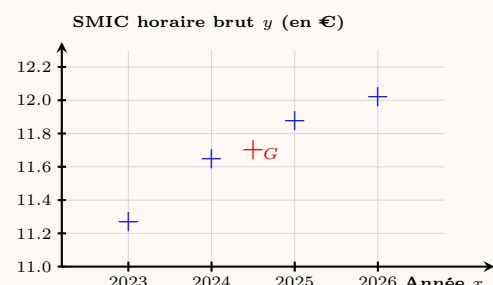
Ces données sont représentées par le nuage de points ci-contre.

On calcule les coordonnées du point moyen G :

$$x_G = \frac{2023 + 2024 + 2025 + 2026}{4} = 2024,5$$

et

$$y_G = \frac{11,27 + 11,65 + 11,88 + 12,02}{4} = 11,705.$$



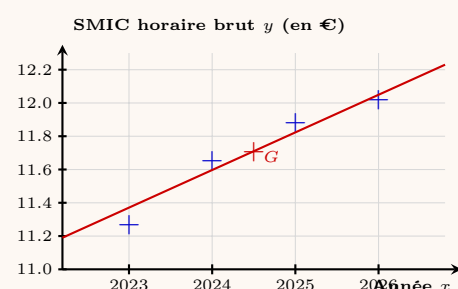
IV. Ajustement affine

DÉFINITION 4

- Ajuster un nuage de points, c'est trouver une courbe qui passe le plus près possible de tous les points.
- Lorsque le nuage de points a une forme **suffisamment allongée** (points assez bien alignés), on peut l'ajuster par une droite, on parle alors d'**ajustement affine**.
- Cela permet d'estimer des valeurs intermédiaires (**interpolation**) ou de faire des prévisions (**extrapolation**).

EXEMPLE 2

Le nuage de points de l'exemple précédent a une forme suffisamment allongée pour qu'on puisse réaliser un ajustement affine. On a tracé ci-contre une droite possible.



V. Exemples d'ajustement affine

1. Point moyen - ajustement au jugé

✎ EXERCICE(S) D'APPLICATION

Au cours d'une randonnée en montagne, Paula a relevé l'altitude, en hm, et la température, en °C, à plusieurs instants.

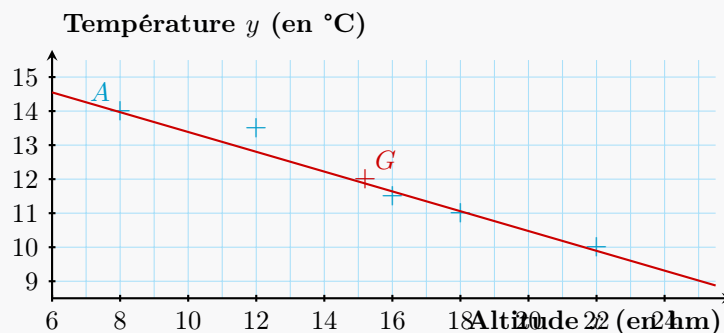
Altitude x	8	12	16	18	22
Température y	14	13,5	11,5	11	10

- Dans un repère orthogonal, représenter le nuage de points associé à ce tableau.
- Calculer les coordonnées du point moyen G et le placer dans le repère.
- Paula a décidé d'ajuster le nuage de points par la droite qui passe par le point $A(8; 14)$ et le point moyen G . Tracer cette droite sur le graphique.

✎ EXERCICE(S) D'APPLICATION

Solution de l'exercice :

- On place un point pour chaque colonne du tableau, avec l'altitude en abscisse et la température en ordonnée.
- $x_G = \frac{8 + 12 + 16 + 18 + 22}{5} = 15,2$ et $y_G = \frac{14 + 13,5 + 11,5 + 11 + 10}{5} = 12$.
Les coordonnées du point moyen G sont $(15,2; 12)$.
- On trace la droite (AG) .



2. Méthode de Mayer

✓ PROPRIÉTÉ 1

Rappels :

- L'équation réduite d'une droite est de la forme $y = mx + p$, où m est son coefficient directeur et p son ordonnée à l'origine.
- Le coefficient directeur de la droite (d) passant par deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ (avec $x_A \neq x_B$) est donné par :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

EXERCICE(S) D'APPLICATION

On reprend la situation et les données de l'exercice précédent.

- On partage le nuage de points en deux sous-nuages : $A(8; 14)$, $B(12; 13,5)$, $C(16; 11,5)$ d'une part, $D(18; 11)$ et $E(22; 10)$ d'autre part. Déterminer les points moyens G_1 et G_2 de ces sous-nuages.
- Déterminer l'équation réduite de la droite (G_1G_2) .
- Estimer la température à 2000 m d'altitude.

Solution :

- On obtient $G_1(12; 13)$ et $G_2(20; 10,5)$.
- Le coefficient directeur de la droite (G_1G_2) est $m = \frac{10,5 - 13}{20 - 12} = -0,3125$.
 $G_1(12; 13)$ appartient à la droite, donc $13 = -0,3125 \times 12 + p$, c'est-à-dire $p = 16,75$.
Ainsi, l'équation réduite de la droite (G_1G_2) est $y = -0,3125x + 16,75$.
- 2000 m = 20 hm et pour $x = 20$, $y = -0,3125 \times 20 + 16,75 = 10,5$.
On estime la température à 2000 m d'altitude à 10,5 °C.

REMARQUE(S)

Info historique : Cette méthode porte le nom de Johann Tobias Mayer, savant allemand du XVIII^e siècle.

VI. Fréquence et pourcentage

DÉFINITION 5

La **fréquence** (ou la **proportion**) d'une valeur est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total de valeurs. On l'exprime souvent en pourcentage.

EXEMPLE 3

On donne le tableau croisé suivant qui indique le nombre de garçons et de filles dans une classe, selon qu'ils ont les yeux bleus ou non.

	Yeux bleus	Yeux non bleus	Total
Garçons	6	10	16
Filles	9	9	18
Total	15	19	34

- La fréquence des garçons est $\frac{16}{34} \approx 0,4706 = 47,06\%$.
- La fréquence des filles est $\frac{18}{34} \approx 0,5294 = 52,94\%$.
- La fréquence des élèves ayant les yeux bleus est $\frac{15}{34} \approx 0,4412 = 44,12\%$.